

MATEMÁTICA PARTE 1

Pregunta 01

Las notas obtenidas por tres postulantes hacen un promedio de 15. La relación entre las notas del primero y el segundo es $4/5$ y la relación entre el segundo y tercero es $5/6$. Calcule la diferencia entre la mayor y menor nota.

- A) 6
- B) 8
- C) 9
- D) 10
- E) 12

Rpta.: 6

Pregunta 02

Si se cumple que $\overline{abc} = \overline{ab} + \overline{bc} + \overline{ca}$, calcule el valor de $a+b-c$, sabiendo que a, b, c son positivos.

- A) 2
- B) 3
- C) 4
- D) 5
- E) 6

Rpta.: 2

Pregunta 03

Una persona dispone de cierto capital, el cual es dividido en dos partes. La mayor parte la impone al 14% anual y la otra parte al 8% semestral. Si al cabo de un año los montos obtenidos son iguales, determine el capital inicial, sabiendo que las partes se diferencian en 1200. Todas las cantidades están en nuevos soles.

- A) 128000
- B) 132000
- C) 136000
- D) 138000
- E) 140000

Rpta.: 138 000

Pregunta 04

Si una cadena de 16 kilates cuyo peso de metal ordinario es 32 gramos se funde con un lingote de oro de 104 gramos con ley 0,65. De cuántos kilates es la aleación obtenida.

- A) 0,651
- B) 0,658
- C) 15,600
- D) 15,792
- E) 34,442

Rpta.: 15,792

Pregunta 05

Un comerciante tiene que formar paquetes diferentes de 8 unidades de frutas, para ello debe escoger entre plátanos y peras. Cada plátano cuesta S/. 0,20 y cada pera S/. 0,50. ¿Cuál es el promedio de la venta de los paquetes?

Asúmase que hay suficientes plátanos y peras.

- A) 2,77
- B) 2,79
- C) 2,80
- D) 3,00
- E) 3,10

Rpta.: 2,80

Pregunta 06

Indique la alternativa correcta después de determinar si cada proposición es verdadera (V) o falsa (F) según el orden dado; donde P indica la probabilidad.

- I. Si los conjuntos no vacíos A y B son disjuntos, entonces

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A)P(B)$$

- II. Sean

$$A = \{(x,y) / x \in \{1,2,3,4,5,6\}; y \in \{1,2,3,4,5,6\}\}$$

$$B = \{(x,y) \in A / 4 < x + y \leq 6\}$$

$$\text{entonces } P(B) = \frac{2}{9}$$

- III. $P(E \Delta D) = P(E \cap D^c) + P(E^c \cap D)$

- A) VVV
- B) VVF
- C) FVV
- D) FFV
- E) FFF

Rpta.: FVV

Pregunta 07

Dados $\overline{abcd} = \overset{\circ}{5} + 2$, $\overline{dabc} = \overset{\circ}{9} + 2 = \overset{\circ}{11} + 7$, donde \overline{dabc} es el menor número con las propiedades indicadas con $d \neq 0$ y $a \neq 0$.

Determine el valor de $E = (a)(b) + (c)(d)$

- A) 10
- B) 12
- C) 14
- D) 16
- E) 18

Rpta.: 16

Pregunta 08

Indique la alternativa correcta después de determinar si la proposición es verdadera (V) o falsa (F), según el orden dado:

- I. $\sqrt{2} - \sqrt{2} + \sqrt{2} - \sqrt{2} + \sqrt{2} - \sqrt{2} + \dots = 0$
- II. Cada número irracional se puede aproximar por un número racional.
- III. Si $A = \langle 0,1 \rangle \cap Q^c$, entonces $\frac{1}{2} \in A$, donde Q^c indica el complemento del conjunto de los números racionales.

- A) VVV
- B) VVF
- C) FVV
- D) FVF
- E) FFF

Rpta.: FVV

PROHIBIDA SU VENTA

Pregunta 09

Si x_0 es la solución de la ecuación

$$\frac{\sqrt{17+2\sqrt{72}}}{\sqrt{3+\sqrt{8}}} = \sqrt{x+2\sqrt{128}} - 7$$

Calcular el valor de $\sqrt{x_0+34}$

- A) 5
- B) 10
- C) 15
- D) 20
- E) 25

Rpta.: 10

Pregunta 10

Determine la intersección de los conjuntos de las inecuaciones siguientes:

$$\frac{(x+3)^5(x+1)^8}{(x-1)^7(x-2)^4} \leq 0,$$

$$\frac{7\sqrt{x+2} \cdot 4\sqrt{x+1}}{3\sqrt{x-5} \cdot 6\sqrt{6-x}} \leq 0.$$

- A) $[-3,1)$
- B) $[-1,6)$
- C) $[-1,5)$
- D) $[-1,1)$
- E) $[-3,5)$

Rpta.: $[-1,1)$

Pregunta 11

Sea f una función definida por $f(x)=(1-x^3)^{1/3}+1$, $x \in \mathbb{R}$. Determine la inversa f^* de f .

- A) $f^*(x)=1-(x^2-1)^{1/3}$, $x \in \mathbb{R}$
- B) $f^*(x)=1-(x-1)^{3/2}$, $x \in [0, +\infty >$
- C) $f^*(x)=(1-x^3)^{1/3}$, $x \in \mathbb{R}$
- D) $f^*(x)=(1-(x-1)^3)^{1/3}$, $x \in \mathbb{R}$
- E) $f^*(x)=(1-(x-1)^{1/3})^3$, $x \in [0, +\infty >$

Rpta.: $f^*(x)=(1-(x-1)^3)^{1/3}$, $x \in \mathbb{R}$

Pregunta 12

Considere: $S_n=i+i^2+i^3+\dots+i^n$, donde $i^2=-1$, con $n \in \mathbb{N}$. Dadas las siguientes proposiciones.

- I. $S_n+S_{n+1}=i$, si n es impar.
- II. $S_n=S_{n-1}+S_{n+1}$, si n es par.
- III. $S_n=-1$, si n tiene la forma $n=4k+3$, con k entero no negativo.

Son correctas:

- A) Solo I
- B) Solo II
- C) Solo III
- D) I y II
- E) I y III

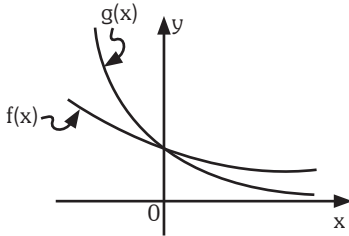
Rpta.: Solo III

Pregunta 13

Sean las funciones:

$$f(x)=c(a^x) \text{ y } g(x)=d(b^x)$$

cuyas gráficas se muestran a continuación.



Indique cuál(es) de las siguientes proposiciones son correctas.

- I. $c=d$
- II. $0 < a < b < 1$
- III. $a+b > 1$
- A) Solo I
- B) Solo II
- C) I y II
- D) I y III
- E) II y III

Rpta.: Solo I

Pregunta 14

Sea la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$. Si $AX=AT$; halle $\frac{2}{3}X^T$.

- A) $\begin{pmatrix} 4/3 & -2/3 \\ 2 & -2/3 \end{pmatrix}$
- B) $\begin{pmatrix} 4/3 & 4/3 \\ -2 & -2/3 \end{pmatrix}$
- C) $\begin{pmatrix} 4/3 & -2/3 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$

- D) $\begin{pmatrix} 1 & 1/3 \\ 2/3 & -1/3 \end{pmatrix}$
- E) $\begin{pmatrix} 2/3 & -2/3 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$

Rpta.: $\begin{pmatrix} 4/3 & -2/3 \\ 2 & -2/3 \end{pmatrix}$

Pregunta 15

Sea X una matriz de orden 2×2 que cumple con:

$$(AXA^{-1})^t = 3(A-I), \text{ donde } A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$$

$a, b, c, d \in \mathbb{R}$, I matriz identidad.

Si la traza de X es -6 . Calcule $(a+d)(b+c)$.

- A) -2
- B) -1
- C) 0
- D) 1
- E) 2

Rpta.: 0

Pregunta 16

Al resolver el sistema:

$$x\sqrt{\frac{x}{y}} + y\sqrt{\frac{y}{x}} = 34 \dots(1)$$

$$x - y = 12 \dots(2)$$

se puede obtener soluciones enteras para x y para y ; luego y es igual a:

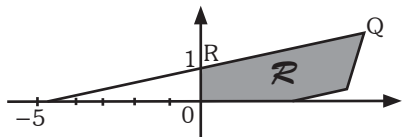
- A) 16
- B) 8
- C) 4
- D) 2
- E) 1

Rpta.: 4

PROHIBIDA SU VENTA

Pregunta 17

Dada la región admisible \mathcal{R} del problema de programación lineal.



Determine la función objetivo del problema, de modo que, tanto el punto R como el punto Q sean soluciones mínimas.

- A) $x+4y$
- B) $-x+7y$
- C) $x+10y$
- D) $-x-3y$
- E) $x-5y$

Rpta.: $x - 5y$

Pregunta 18

Dada la sucesión (a_n) definida por:

$$a_n = \text{sen} \left[\frac{n\pi + (-1)^n 8}{4n} \right], n \in \mathbb{N}$$

Entonces podemos afirmar que:

- A) (a_n) converge a $\sqrt{2}/2$
- B) (a_n) converge a 1
- C) (a_n) converge a 0
- D) (a_n) converge a $\pi/4$
- E) (a_n) no converge

Rpta.: (a_n) converge a $\sqrt{2}/2$

Pregunta 19

Sea la función $f(x) = \frac{3^x}{3^x + 1}, x \geq 1$.

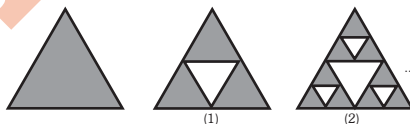
Determine el rango de f .

- A) $[0, \infty >$
- B) $[1/2, \infty >$
- C) $[1, \infty >$
- D) $[3/4, 1 >$
- E) $[2, \infty >$

Rpta.: $[3/4, 1 >$

Pregunta 20

En el siguiente proceso de construcción tenemos inicialmente un triángulo equilátero de área 1, del cual vamos retirando paulatinamente los triángulos equiláteros como se muestra en la figura. Determine el área total de los triángulos retirados.



- A) 4/8
- B) 5/8
- C) 6/8
- D) 7/8
- E) 1

Rpta.: 1

PROHIBIDA SU VENTA

MATEMÁTICA PARTE 2

Pregunta 21

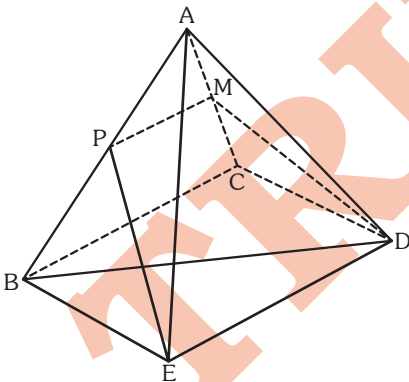
Dado un cuadrado ABCD de lado $a > 6$, exterior a un plano P. Si las distancias de A, B y C al plano P son 3 u, 6 u y 7 u respectivamente, halle la distancia de D al plano P (en u).

- A) 3
- B) 3,5
- C) 4
- D) 4,5
- E) 5

Rpta.: 4

Pregunta 22

El gráfico muestra una pirámide regular.



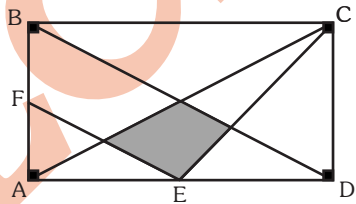
Si $ED = 6u$, $\overline{PM} \parallel \overline{BC}$, $\frac{AP}{PB} = 2$, $m\angle BAE = 60^\circ$ y la distancia de A al plano que contiene los puntos P, M y D es 3 u, calcule el volumen en u^3 de la pirámide A-PMDE.

- A) $2\sqrt{27}$
- B) $3\sqrt{27}$
- C) $4\sqrt{27}$
- D) $5\sqrt{27}$
- E) $6\sqrt{27}$

Rpta.: $5\sqrt{27}$

Pregunta 23

En la figura $BC = 16$, $AB = 12$, E y F puntos medios. Determine el área del cuadrilátero sombreado.



- A) 10
- B) 15
- C) 20
- D) 21
- E) 25

Rpta.: 20

PROHIBIDA SU VENTA

Pregunta 24

Sea ABCD un rectángulo, M punto medio de \overline{BC} , \overline{PM} perpendicular al plano ABC, O centro del rectángulo, si $BC = 2AB = 8$ y $PM = AB$, entonces el área de la región triangular APO es

- A) $2\sqrt{6}$
- B) $3\sqrt{6}$
- C) $4\sqrt{6}$
- D) $7\sqrt{6}$
- E) $8\sqrt{6}$

Rpta.: $4\sqrt{6}$

Pregunta 25

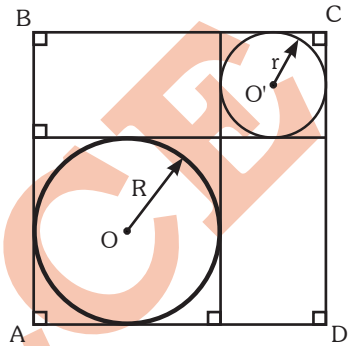
En un rectángulo ABCD ($AB < BC$), se dibuja una semicircunferencia con diámetro \overline{AD} tangente a \overline{BC} en P. Se ubica el punto Q en \overline{PC} y se traza \overline{QE} perpendicular a \overline{PC} donde el punto E está sobre la semicircunferencia. Si $PQ = 1$ cm y el perímetro del rectángulo ABCD es 48 cm, entonces la longitud de \overline{AE} (en cm) es:

- A) 6
- B) 8
- C) 9
- D) 10
- E) 12

Rpta.: 12

Pregunta 26

En la figura mostrada, se tiene que el perímetro del cuadrado ABCD es igual al producto de las longitudes de las circunferencias de centro O y O' . Calcule $\frac{1}{R} + \frac{1}{r}$.



- A) $\frac{\pi^2}{3}$
- B) $\frac{\pi^2}{2}$
- C) $\frac{2\pi^2}{3}$
- D) $\frac{3\pi^2}{4}$
- E) π^2

Rpta.: $\frac{\pi^2}{2}$

Pregunta 27

Calcule el perímetro de un heptágono regular ABCDEFG, si: $\frac{1}{AE} + \frac{1}{AC} = \frac{1}{5}$

- A) 34
- B) 35
- C) 36
- D) 37
- E) 38

Rpta.: 35

Pregunta 28

La generatriz de un cilindro oblicuo de base circular mide igual que el diámetro del cilindro disminuido en 10 dm. Sean M y N los centros de las bases y \overline{AB} un diámetro de la base inferior que contiene a N. Si $AM = 19$ dm y $MB = 13$ dm entonces el volumen del cilindro (en dm^3) es:

- A) $130 \pi \sqrt{103}$
- B) $131 \pi \sqrt{104}$
- C) $132 \pi \sqrt{105}$
- D) $133 \pi \sqrt{106}$
- E) $134 \pi \sqrt{107}$

Rpta.: $132 \pi \sqrt{105}$

Pregunta 29

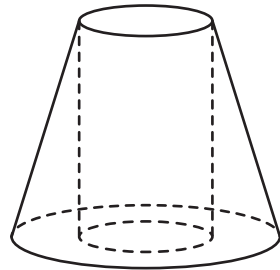
Sea ABCD un cuadrilátero donde el ángulo exterior D mide la mitad del ángulo interior B y la diagonal \overline{BD} biseca al ángulo ABC. Si $BC = 25$ u y $BD = 20$ u, determine AB (en u).

- A) 12
- B) 14
- C) 16
- D) 18
- E) 20

Rpta.: 16

Pregunta 30

La altura de un cono circular recto mide 15 cm y el radio de su base 8 cm. Se taladró un agujero cilíndrico de diámetro 4 cm en el cono, a lo largo de su eje, resultando un sólido como el que se muestra en la figura. Calcule el volumen de ese sólido.



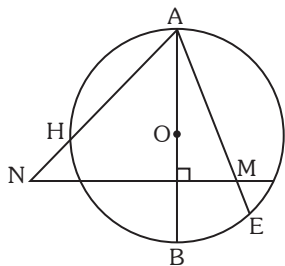
- A) $240 \pi \text{ cm}^3$
- B) $254 \pi \text{ cm}^3$
- C) $260 \pi \text{ cm}^3$
- D) $264 \pi \text{ cm}^3$
- E) $270 \pi \text{ cm}^3$

Rpta.: $270 \pi \text{ cm}^3$

PROHIBIDA SU VENTA

Pregunta 31

En la figura, O centro de la circunferencia. Si $NH=11$, $AM \times AE=900$ y $m\angle ANM=45^\circ$, entonces la longitud del diámetro de la circunferencia es:

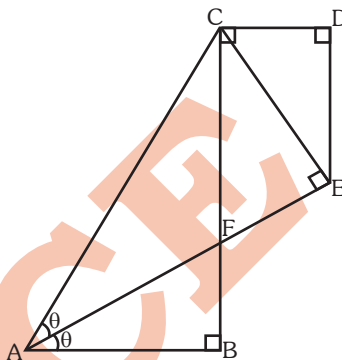


- A) $5\sqrt{2}$
- B) $10\sqrt{2}$
- C) $15\sqrt{2}$
- D) $20\sqrt{2}$
- E) $25\sqrt{2}$

Rpta.: $25\sqrt{2}$

Pregunta 32

En la figura, $BF=3u$ y $ED=4u$. Calcule el valor del segmento CF (en u).



- A) 4,5
- B) 5
- C) 5,5
- D) 6
- E) 6,5

Rpta.: 5

Pregunta 33

Calcule el valor aproximado de:

$$E = \text{ctg}(4^\circ) - 7$$

- A) 7,07
- B) 8,07
- C) 9,07
- D) 10,1
- E) 11,2

Rpta.: 7,07

PROHIBIDA SU VENTA

Pregunta 34

Si $\tan^2\alpha = 2\tan^2x + 1$, halle el valor de $y = \cos^2\alpha + \sin^2x$.

- A) $\sin^2\alpha$
- B) $\cos^2\alpha$
- C) $1 + \sin^2\alpha$
- D) $\tan^2\alpha$
- E) $1 + \cos^2\alpha$

Rpta.: $\sin^2\alpha$

Pregunta 35

Un águila se encuentra a una altura H y ve a una liebre de altura h. Se lanza sobre la presa a lo largo del tramo de la trayectoria descrita por la gráfica de la función $f(x) = \frac{1}{x-1}$, $x > 1$, llegando a su presa. Determina la tangente del ángulo de depresión con el cual el águila vio al inicio a su presa.

- A) $\frac{1}{h}$
- B) hH
- C) $\frac{H}{h}$
- D) $\frac{H-h}{h}$
- E) $\frac{H-h}{H+h}$

Rpta.: hH

Pregunta 36

En la función: $y(t) = 2\cos 2t + 4\sqrt{2} \sin 2t$; la amplitud y el periodo son respectivamente:

- A) $4\sqrt{2}$ y π
- B) $4\sqrt{2}$ y 2π
- C) 6 y π
- D) 6 y 2π
- E) $2 + 4\sqrt{2}$ y π

Rpta.: 6 y π

Pregunta 37

Si $x \in \langle -\infty, 0 \rangle$, entonces el rango de la función

$$f(x) = \frac{5\pi}{|\arctan x| + 2|\operatorname{arccot} x|}, \text{ es:}$$

- A) $\langle 0, 1 \rangle$
- B) $\langle 1, 2 \rangle$
- C) $\langle 0, 2 \rangle$
- D) $\langle 2, 5 \rangle$
- E) $\langle 5, +\infty \rangle$

Rpta.: $\langle 2, 5 \rangle$

Pregunta 38

Si $i = \sqrt{-1}$ y $\frac{(1+i)^{20} + (1-i)^{20}}{(1+i)^{40}} = \frac{1}{A}$, entonces

$(A + 500)$ es igual a:

- A) -12
- B) -10
- C) -8
- D) 10
- E) 12

Rpta.: -12

PROHIBIDA SU VENTA

Pregunta 39

De un disco de cartulina de radio 6 cm, se corta un sector circular de ángulo central $\theta=120^\circ$. Con la parte restante, uniendo los bordes se forma un cono. Determine el coseno del ángulo en el vértice del cono construido.

- A) 0
- B) $\frac{\sqrt{2}}{2}$
- C) $\frac{1}{2}$
- D) $\frac{1}{5}$
- E) $\frac{1}{9}$

Rpta.: $\frac{1}{9}$

Pregunta 40

Halle el valor de $E = \frac{-3 \tan 840^\circ - 2\sqrt{3}}{\sin(750^\circ) + 1,5}$

- A) $\frac{1}{2}$
- B) $\frac{\sqrt{2}}{2}$
- C) $\frac{\sqrt{3}}{2}$
- D) $\sqrt{3}$
- E) 2

Rpta.: $\frac{\sqrt{3}}{2}$