RESPUESTAS
Examen UNI 2015 – II
Matemática

Pregunta 01

El precio de un diamante es directamente proporcional al cuadrado de su peso. Así, un diamante cuyo peso es 1,5 gramos cuesta S/. 18 000. Si este diamante se parte en dos pedazos, ¿cuál sería el peso (en gramos) de cada parte para tener un precio total óptimo?

A) 0,3 y 1,2
B) 0,5 y 1
C) 0,6 y 0,9
D) 0,7 y 0,8
E) 0,75 y 0,75

Rpta.: 0,75 y 0,75

Pregunta 02

20 escolares asisten al centro recreacional Huampaní, los cuales llevan celular, cámara o ambos. Se sabe que 5 escolares llevan ambos accesorios y la proporción de escolares con solo cámara es a los escolares con solo celulares como 1 es a 2.

Se forman grupos de 5 estudiantes para competir en diversos juegos. ¿De cuántas maneras se pueden formar los grupos que tengan un accesorio solamente del mismo tipo?

A) 250
B) 251
C) 252
D) 253
E) 254

Rpta.: 253

Pregunta 03

En un avión, el número $\overline{abc}$ de personas que viajan satisface $150<\overline{abc}<300$, de los cuales $\overline{a0c}$ son hombres y $\overline{ab}$ son mujeres, siendo pasajeros; además, son “c” aeromozas y “a” pilotos. Determina la suma de los dígitos luego de calcular cuántos hombres más que mujeres hay en el avión en total.

A) 9
B) 14
C) 15
D) 16
E) 17

Rpta.: 17

Pregunta 04

Determina el valor de (a+b+c), si:

$$\overline{a1a}+\overline{a2a}+\overline{a3a}+\ ....\ +\overline{a9a}=\overline{bcd4}$$

A) 12
B) 16
C) 18
D) 20
E) 22

Rpta.: 20

Pregunta 05

En la diferencia que se muestra:

$9^{1001}-7^{1001}=\ .....\ a$, donde la cifra de las unidades es “a”, halla a^3+a^2+2

A) 8
B) 10
C) 12
D) 14
E) 16

Rpta.: 14

Pregunta 06

Sea $\overline{ab}$ un número primo mayor que 40. Determina el número de divisores que tiene el número $\overline{ababab00}$.

A) 121
B) 144
C) 288
D) 432
E) 576

Rpta.: 288

Pregunta 07

Sea A un número entero positivo de 10 cifras y B= $\overline{0,abcdefg}$, donde g≠ 0.

Del producto AB, se afirma que

I. es un entero.
II. puede ser entero que tiene dos cifras.
III. puede ser un entero con parte entera no nula y parte decimal no nula.

¿Cuáles de estas afirmaciones son verdaderas?

A) Solo I
B) Solo II
C) Solo III
D) Solo I y II
E) Solo II y III

Rpta.: Solo III

Pregunta 08

Dada la sucesión

$$a_1=\sqrt{3},\ a_2=\sqrt{3\sqrt{3}},\ a_3=\sqrt{3\sqrt{3\sqrt{3}}},\ a_n=\underbrace{\sqrt{3\sqrt{3\sqrt{3\ldots}}}}_{\text{n radicales}}$$

Calcula: $E=\dfrac{a_{2003}\cdot a^2_{2006}}{a^2_{2004}\cdot a_{2005}}$

A) $\dfrac{1}{3}$
B) $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$
C) 1
D) $\sqrt{3}$
E) 3

Rpta.: 1

Pregunta 09

Sea $\{x; y\}\subset\mathbb{R}$ de modo que:

$$\frac{1}{3x-2y}+\frac{1}{2x+3y}=\frac{4}{5x+y}$$

El valor de $\dfrac{x+2y}{2x-y}$ es:

A) $\dfrac{7}{9}$
B) 1
C) $\dfrac{9}{7}$
D) 2
E) $\dfrac{19}{7}$

Rpta.: $\dfrac{7}{9}$

Pregunta 10

Una raíz de la ecuación $x^4+mx^2-2(m+2)$ es el triple de otra raíz; entonces, uno de los valores de "m" es:

A) –26
B) –25
C) –20
D) –15
E) –10

Rpta.: –20

Pregunta 11

Sea "f" una función definida por:

$$f(x)=\begin{cases}-(x-2)^2+2;\ 0\le x\le 2\\ -(x-4)^2+6;\ 2\le x\le 4\end{cases}$$

Determina la función inversa de "f".

A) $f^*(x)=\begin{cases}\sqrt{2-x}+2;-2\le x\le 2\\ \sqrt{6-x}+4;\ 2\le x\le 6\end{cases}$

B) $f^*(x)=\begin{cases}\sqrt{x-4}+2;\ 0\le x\le 4\\ \sqrt{6-x}+1;\ 4\le x\le 6\end{cases}$

C) $f^*=\begin{cases}\sqrt{1-x}+2;\ 0\le x\le 1\\ \sqrt{3-x}+4;\ 1\le x\le 3\end{cases}$

D) $f^*(x)=\begin{cases}\sqrt{5x-1}+2;\ 0\le x\le \frac{1}{5}\\ \sqrt{3-x}\ ;\ \frac{1}{5}\le x\le 3\end{cases}$

E) $f^*(x)=\begin{cases}2-\sqrt{2-x};-2\le x\le 2\\ 4-\sqrt{6-x};\ 2\le x\le 6\end{cases}$

Rpta.: $f^*(x)=\begin{cases}2-\sqrt{2-x};-2\le x\le 2\\ 4-\sqrt{6-x};\ 2\le x\le 6\end{cases}$

Pregunta 12

Señala la alternativa que presenta la secuencia correcta, después de determinar si la proposición es verdadera (V) o falsa (F):

I. Toda recta en el plano XY representa a una función lineal.
II. Toda función f: $A\rightarrow B$ sobreyectiva es una función inyectiva.
III. Si $f\subset A\times B$ es una relación tal que para cada par (x,y); $(x,z)\in f$ implica $y=z$, entonces "f" es una función inyectiva.

A) V V V
B) V V F
C) V F F
D) F V F
E) F F F

Rpta.: F F F

Pregunta 13

Indica la alternativa correcta después de determinar si dicha proposición es verdadera (V) o falsa (F) según el orden dado.

I. $\sum\limits_{k=0}^{100}\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{4k}=100$
II. El módulo del número complejo
$w=\frac{(1,2)(3,4)}{(2,1)}$ es 5.
III. La suma de los números complejos que satisfacen la ecuación:
$(x+1)^2+2i=4+(3+y)i$ es (–2;–2)

A) V V V
B) F V F
C) F F V
D) F V V
E) F F F

Rpta.: F V V

Pregunta 14

Dado el conjunto solución CS= $\langle 0; a\rangle \cup \langle b; \infty\rangle$ de la inecuación (Lnx–2)(x–1)> 0,

determina el valor de $E = \mathrm{Ln}\left(\frac{b}{a}\right)$

A) 1
B) e
C) 2
D) e^2
E) 3

Rpta.: 2

Pregunta 15

Sea A una matriz de orden 3×3 tal que A^3=-I, I matriz identidad. La adjunta de la matriz A^{10}, Adj(A^{10}), es igual a:

A) A
B) –A
C) $|A|A^{-1}$
D) $-|A|A^{-1}$
E) $-|A|A$

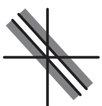
Rpta.: $|A|A^{-1}$

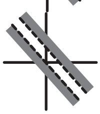
Pregunta 16

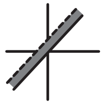
Identifica el gráfico que mejor representa al conjunto solución del sistema.

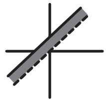
$x + y > 0$

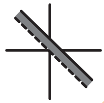
$-3x - 3y \geq -6$

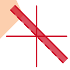
A) 

B) 

C) 

D) 

E) 

Rpta.: 

Pregunta 17

Dadas las siguientes proposiciones:

I. En un problema de programación lineal, el valor de la función objetivo es alcanzado en un vértice de la región admisible.

II. Si a la región admisible de un problema de programación lineal se le adiciona una nueva restricción de la forma ax+by≤c, el valor óptimo de la función objetivo no varía.

III. Si (x*, y*) es la solución de un problema de maximización y z* es el valor óptimo, se tiene entonces que z*≥ax+by para todo (x,y) en la región admisible, (ax+by es la función objetivo).

Son correctas:

A) Solo I
B) I y II
C) I y III
D) Solo III
E) I, II y III

Rpta.: I y III

Pregunta 18

Señala la alternativa que presenta la secuencia correcta, después de determinar si la proposiciones es verdadera (V) o falsa (F):

I. Sea f una función polinomial y (x_n) una sucesión convergente. Entonces, la sucesión (y_n), donde $y_n = f(x_n)$, es convergente.

II. Para todo $x \in \langle -1;1 \rangle$ se cumple

$$\sum_{K=0}^{\infty} x^K = \frac{1}{x-1}$$

III. Toda sucesión alternante es convergente.

A) V V F
B) V F V
C) V F F
D) F F F
E) F F V

Rpta.: V F F

Pregunta 19

Considera CS el conjunto solución de la siguiente inecuación:

$\log \sqrt[4]{x} < \sqrt{\log x}$, con $x<10$

Determina el valor de M= card(CS∩Z), donde card denota la cardinalidad de un conjunto.

A) 4
B) 5
C) 6
D) 7
E) 8

Rpta.: 8

Pregunta 20

Dado el sistema de ecuaciones lineales

$x+2Ky+z= 4$

$x-y-z= -8$

$-x+y+Kz= 6$

determina el o los valores de K para que el sistema tenga solución única.

A) $\mathbb{R} \setminus \left\{1;-\frac{1}{2}\right\}$

B) $\mathbb{R} \setminus \left\{-1;\frac{1}{2}\right\}$

C) $\mathbb{R} \setminus \{2;-1\}$

D) $\mathbb{R} - \{-2;1\}$

E) $1, \frac{1}{2}$

Rpta.: $\mathbb{R} \setminus \left\{1;-\frac{1}{2}\right\}$

Pregunta 21

La base de un triángulo isósceles mide $\sqrt{2}$ m. Si las medianas relativas a los lados congruentes se cortan perpendicularmente, entonces determina el área del triángulo (en m^2)

A) 1
B) 1.5
C) 2
D) 2.5
E) 3

Rpta.: 1.5

Pregunta 22

Se tienen tres circunferencias tangentes exteriores dos a dos, con centros A, B y C respectivamente, donde AB= 5 cm, AC= 7 cm y BC= 8 cm. Si M$\in\overline{BC}$ es un punto común de tangencia entre dos circunferencias, determina AM en cm.

A) $\sqrt{16}$
B) $\sqrt{17}$
C) $\sqrt{18}$
D) $\sqrt{19}$
E) $\sqrt{20}$

Rpta.: $\sqrt{19}$

Pregunta 23

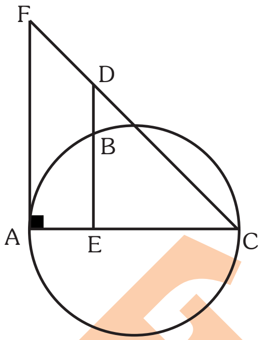
Sean $\overleftrightarrow{L_1}$ y $\overleftrightarrow{L_2}$ dos rectas que se cruzan. $\overleftrightarrow{L_3}$ es una recta contenida en el mismo plano de $\overleftrightarrow{L_2}$ tal que $\overleftrightarrow{L_3}\perp\overleftrightarrow{L_2}$ y R= $\overleftrightarrow{L_2}\cap\overleftrightarrow{L_3}$. El triángulo RQP (P$\in\overleftrightarrow{L_1}$) es recto en Q$\in\overleftrightarrow{L_2}$. Si QRT (T$\in\overleftrightarrow{L_3}$) es un triángulo isósceles con QT= 6u y PR= 3RT, determina la distancia (en u) entre $\overleftrightarrow{L_1}$ y $\overleftrightarrow{L_2}$.

A) $3\sqrt{2}$
B) $6\sqrt{2}$
C) $8\sqrt{2}$
D) 12
E) 13

Rpta.: 12

Pregunta 24

En la figura, si $\overline{AF}//\overline{DE}$, AF= 11 cm, BD= 3 cm, BE= 4 cm y AC= $\dfrac{22}{7}\sqrt{7}$ cm, entonces $\dfrac{AB}{BC}$ es:



A) $\dfrac{1}{2\sqrt{7}}$
B) $\dfrac{1}{\sqrt{7}}$
C) $\dfrac{2}{\sqrt{7}}$
D) $\dfrac{3}{\sqrt{7}}$
E) $\dfrac{4}{\sqrt{7}}$

Rpta.: $\dfrac{2}{\sqrt{7}}$

Pregunta 25

Una recta corta perpendicularmente a dos planos paralelos en los puntos A y B. Otra recta corta a dichos planos en C y B. Determina el área (u^2) del triángulo ABC, si se sabe que la distancia entre los planos es 12u y BC= 13u.

A) 24
B) 26
C) 30
D) 32
E) 36

Rpta.: 30

Pregunta 26

ABCDEFGH es un octógono regular inscrito en una circunferencia de radio $R=\sqrt{2+\sqrt{2}}$. Si AF=b y AC=a, entonces $\dfrac{2b\sqrt{2+\sqrt{2}}-a\sqrt{2}}{ab}$ es igual a:

A) $\frac{1}{3}$

B) $\frac{1}{2}$

C) 1

D) 2

E) 3

Rpta.: 1

Pregunta 27

Se tiene un tronco de pirámide triangular cuyas bases son ABC y A'B'C', siendo ABC un triángulo equilátero de lado 4ℓcm. M y N son los puntos medios de $\overline{A'C'}$ y $\overline{B'C'}$ respectivamente. Si las distancias de los puntos M, C' y N al plano de la base ABC son 2ℓcm, ℓcm y $\frac{3}{2}\ell$cm, respectivamente, halla el volumen (en cm^3) del tronco de pirámide.

A) $4\ell^3\sqrt{3}$

B) $5\ell^3\sqrt{3}$

C) $6\ell^3\sqrt{3}$

D) $7\ell^3\sqrt{3}$

E) $8\ell^3\sqrt{3}$

Rpta.: $8\ell^3\sqrt{3}$

Pregunta 28

Se tiene un cilindro oblicuo con diámetro de la base AB= 10 cm y generatriz $\overline{CB}$. Se prolonga $\overline{AB}$ hasta el punto D de tal forma que CD= 12 cm. M es punto medio de $\overline{BC}$, m∢BCD= α y la m∢BDM= 90°−m∢BCD. Si α<m∢CBD, halla el volumen del cilindro (en cm^3).

A) 200π

B) 250π

C) 300π

D) 350π

E) 400π

Rpta.: 300π

Pregunta 29

Si una esfera de radio r cm se inscribe en un cono recto equilátero cuyo radio de la base mide R cm, entonces la razón entre dichos volúmenes, respectivamente, es:

A) $\frac{5}{9}$

B) $\frac{4}{9}$

C) $\frac{1}{3}$

D) $\frac{2}{9}$

E) $\frac{1}{9}$

Rpta.: $\frac{4}{9}$

Pregunta 30

Se tiene un tetraedro regular ABCD. Si la distancia del centro de la cara ABC a la altura del tetraedro trazada desde el vértice B es d, determina el volumen del tetraedro.

A) $\dfrac{(2+\sqrt{3})}{16}d^3$

B) $\dfrac{(25\sqrt{5})}{4}d^3$

C) $\dfrac{27}{4}\sqrt{6}\,d^3$

D) $\dfrac{27\sqrt{7}}{14}d^3$

E) $\dfrac{27}{24}\sqrt{8}\,d^3$

Rpta.: $\dfrac{27}{4}\sqrt{6}\,d^3$

Pregunta 31

Determina el volumen generado por el segmento que une los puntos (0,0) y (3,4), al ser rotado en torno de la recta diagonal del primer cuadrante del plano.

A) $\dfrac{7\pi}{6}$

B) $\dfrac{7\pi}{6\sqrt{2}}$

C) $\dfrac{7\pi}{6\sqrt{3}}$

D) $\dfrac{7\pi}{4\sqrt{2}}$

E) $\dfrac{7\pi}{2\sqrt{3}}$

Rpta.: $\dfrac{7\pi}{6\sqrt{2}}$

Pregunta 32

Se tienen dos planos, P y Q, perpendiculares entre sí, y se cortan según una recta L. La recta que une un punto A de P con un punto B de Q forma con P un ángulo de 30° y con Q de 45°. Calcula la medida de $\overline{AB}$ si la distancia mínima entre la recta L y $\overline{AB}$ es $4(\sqrt{3}-1)$cm.

A) 4 cm

B) 6 cm

C) 8 cm

D) 10 cm

E) 12 cm

Rpta.: No hay clave.

Nota: la respuesta correcta es 7,712

Pregunta 33

Dada la parábola P: $y=x^2$ y la recta L: $x-2y=10$, halla la distancia (distancia mínima) entre ellas.

A) $\dfrac{79\sqrt{5}}{40}$

B) $\dfrac{80\sqrt{5}}{39}$

C) $\dfrac{79\sqrt{5}}{39}$

D) $\dfrac{81\sqrt{5}}{39}$

E) $\dfrac{81\sqrt{5}}{40}$

Rpta.: $\dfrac{79\sqrt{5}}{40}$

Pregunta 34

Si se cumple que:

$$a.\cos^4x + b.\text{sen}^4x = \frac{ab}{a+b}$$

Calcula el valor de Tg^2x.

A) $\frac{a+1}{b}$

B) $\frac{b+1}{a}$

C) $\frac{b}{a}$

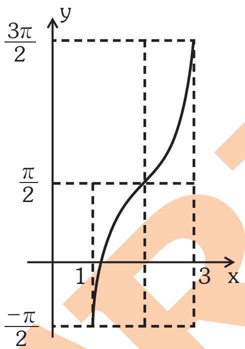
D) $\frac{a}{b}$

E) $\frac{ab+1}{ab}$

Rpta.: $\frac{a}{b}$

Pregunta 35

Sea la función $y=A.\text{arcsen}(Bx+C)+D$ $(A,B>0)$, con gráfica



Calcula $K=A+B+C\left(\frac{4D}{\pi}\right)$

A) –2
B) –1
C) 0
D) 2
E) 4

Rpta.: –1

Pregunta 36

Determina el dominio de la función con regla de correspondencia:

$$f(x)=\sqrt[4]{2\sec^2x-tg^4x-3}-4$$

A) $\left\{\frac{n\pi}{4}/\ n\in\mathbb{Z}\right\}$

B) $\left\{\frac{2n+1}{4}\pi/\ n\in\mathbb{Z}\right\}$

C) $\left\{\frac{n\pi}{2}/\ n\in\mathbb{Z}\right\}$

D) $\{n\pi/n\in\mathbb{Z}\}$

E) $\{2n\pi/n\in\mathbb{Z}\}$

Rpta.: $\left\{\frac{2n+1}{4}\pi/n\in\mathbb{Z}\right\}$

Pregunta 37

Si para $\phi\in[0,2\pi]$ se tiene

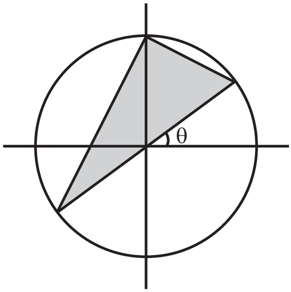
$\text{sen}\phi+\cos\phi+\text{sen}2\phi=[\text{sen}\phi+\cos\phi+A]^2+B$, entonces $(2A+4B)$ es igual a:

A) –1
B) –2
C) –3
D) –4
E) –5

Rpta.: –4

Pregunta 38

En el círculo trigonométrico de la figura, determina el área del triángulo sombreado.

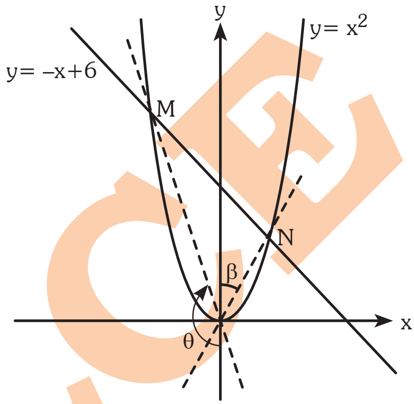


A) cos θ
B) sec θ
C) tg θ
D) sen θ
E) csc θ

Rpta.: Cos θ

Pregunta 39

En el gráfico mostrado, M y N son los puntos de intersección entre las gráficas de $y = x^2$ e $y = -x+6$. Calcula $E = 2\,\text{tg}\beta + 3\text{tg}\theta$.

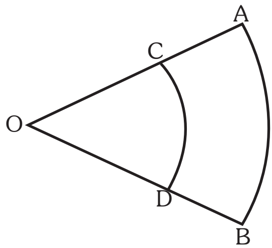


A) –2
B) –1
C) 0
D) 1
E) 2

Rpta.: 0

Pregunta 40

De la figura, AOB y COD son sectores circulares. Si las áreas de las regiones COD y CABD son S y 3S u^2, respectivamente, y $L_{\overset{\frown}{AB}} = 4u$, determina la medida del lado OC en función de S.



A) S
B) 2S
C) 3S
D) 4S
E) 5S

Rpta.: S